



안전한 놀이 기구를 설계하는 데 다항식의 계산이 필요하다.

I 다항식

수학의 한 분야인 대수학에서는 수와 더불어 다항식의 사칙연산이 갖는 여러 가지 연산 법칙과 구조를 연구한다.

프랑스의 수학자 비에트(Viète, F., 1540~1603)는 대수학에서 문자와 기호의 사용법을 완성하여 '대수학의 아버지'로 불리며, 오늘날 사용되는 x , x^2 과 같은 표현은 프랑스의 수학자 데카르트(Descartes, R., 1596~1650)가 고안한 것이다.

수학은 수량 사이의 관계를 문자와 기호를 사용하여 간결하고 명확하게 표현하면서부터 일반적이고 추상적인 이론으로 크게 발전할 수 있게 되었다.



1. 다항식의 연산

2. 나머지정리와 인수분해

이 단원에서는
다항식의 사칙연산을 하는 방법을 이해하고,
항등식, 나머지정리와 인수정리의 뜻을 이해하며,
다항식의 인수분해를 알아본다.

1

다항식의 연산

01

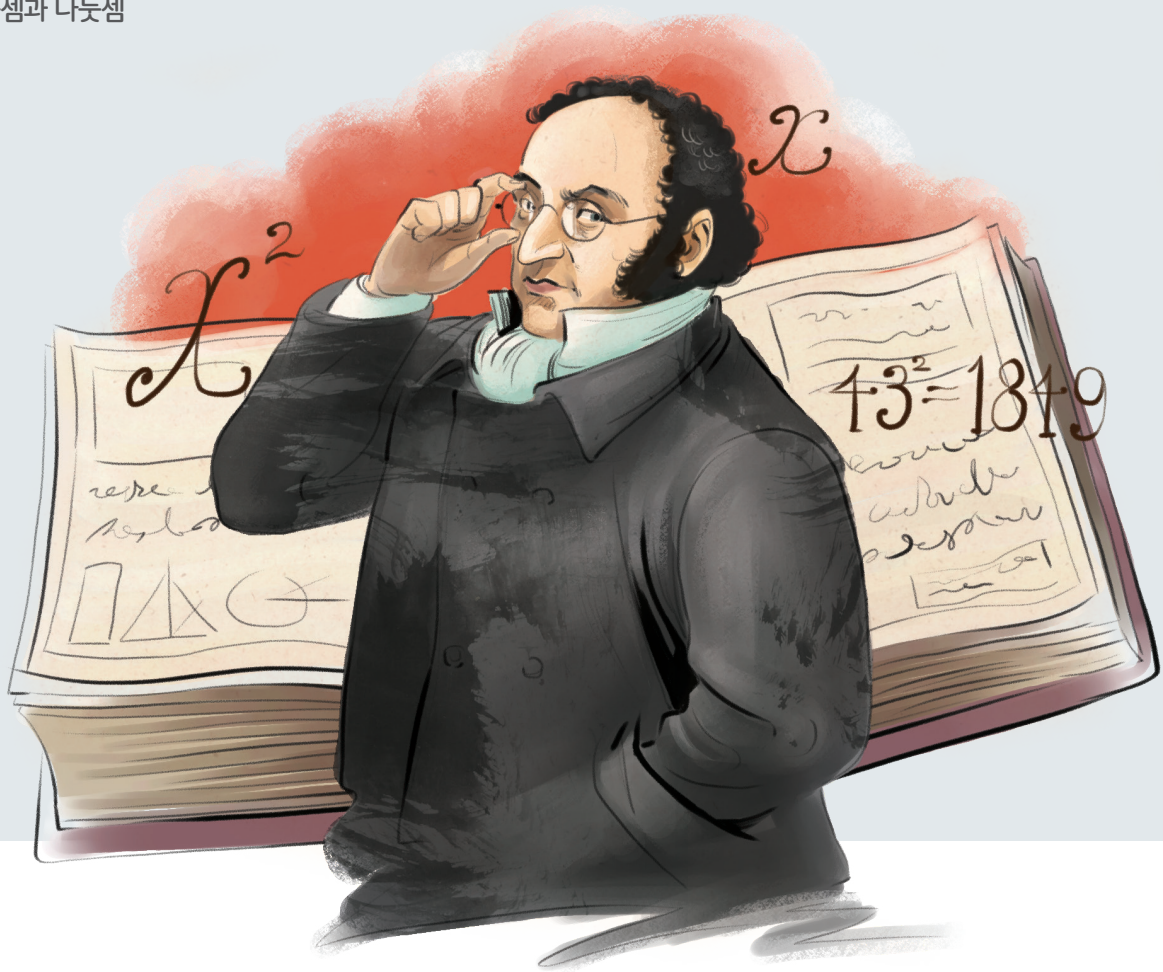
다항식의 덧셈과 뺄셈

02

다항식의 곱셈과 나눗셈

“ 나는 x^2 년에 x 살이었다. ”

(출처: 허민, 『수학자의 뒷모습 Ⅲ: 새로운 세계를 창조하다』)



드모르간(De Morgan, A., 1806~1871)

영국의 수학자

- 이 글은 퀴즈와 수수께끼를 매우 좋아했던 드모르간에게 누군가가 나이를 물었을 때 그가 대답한 말이다. $43^2 = 1849$ 이고 드모르간이 1806년 생이므로 1849년에 그의 나이가 43세였음을 알 수 있다.

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

학습 목표

다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

준비하기

다음을 계산하시오.

(1) $(5a+3b)+(2a-2b)$

(2) $(-x+y+5)-(3x-y-2)$

다가서기

공기 중에서 소리가 퍼져 나가는 속도는 온도에 대한 다항식으로 나타낼 수 있고, 기업이 제품을 생산 및 판매하여 얻는 이익은 수입과 비용을 다항식으로 나타내어 계산할 수 있다.

이와 같이 다양한 요인이 작용하는 생활 주변의 현상을 다항식을 이용하여 간결하게 나타낼 수 있다.



다항식의 정리

생각 열기

칠판에 다음과 같은 두 다항식이 적혀 있다.

$$\begin{array}{l} \text{7. } 3x^2 - 5x - 4x^3 + 2x^4 + 1 \\ \text{ㄴ. } 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \end{array}$$

- 1 두 다항식의 차수를 각각 말해 보자.
- 2 두 다항식 중에서 차수를 더 쉽게 알아볼 수 있는 것을 말해 보자.

다항식의 항을 차수의 크기순으로 정리하면 계산할 때 편리하다.

다항식을 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 차례대로 나타내는 것을 그 문자에 대하여 ‘내림차순으로 정리한다’고 하고, 차수가 낮은 항부터 차례대로 나타내는 것을 그 문자에 대하여 ‘오름차순으로 정리한다’고 한다.

보기

- ① 다항식 $-5x+3x^2-2$ 를 x 에 대하여

내림차순으로 정리하면 $3x^2-5x-2$

오름차순으로 정리하면 $-2-5x+3x^2$

- ② 다항식 $2xy^2+3x^4+4-x^2y+y^3$ 을

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$3x^4-x^2y+2xy^2+y^3+4$$

y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$y^3+2xy^2-x^2y+3x^4+4$$

문제 1 다항식 $2x^3+xy^3-3x^2y^2-6y+1$ 에 대하여 다음에 답하시오.

- (1) x 에 대하여 내림차순으로 정리하시오.
- (2) y 에 대하여 내림차순으로 정리하시오.

다항식의 덧셈과 뺄셈

▶ 다항식에서 문자와 차수가 각각 같은 항을 동류항이라고 한다.

다항식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 정리하면 된다. 한편, 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어서 더하면 된다.

예제 1 다음 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B$ 와 $A-B$ 를 계산하시오.

$$A=2x^2+3xy-y^2, \quad B=x^2-xy+2y^2$$

풀이 $A+B=(2x^2+3xy-y^2)+(x^2-xy+2y^2)$
 $= (2+1)x^2 + (3-1)xy + (-1+2)y^2$
 $= 3x^2 + 2xy + y^2$

$$\begin{array}{r} 2x^2+3xy-y^2 \\ +) \quad x^2-xy+2y^2 \\ \hline 3x^2+2xy+y^2 \end{array}$$

$A-B=(2x^2+3xy-y^2)-(x^2-xy+2y^2)$
 $= (2x^2+3xy-y^2)+(-x^2+xy-2y^2)$
 $= (2-1)x^2 + (3+1)xy + (-1-2)y^2$
 $= x^2 + 4xy - 3y^2$

$$\begin{array}{r} 2x^2+3xy-y^2 \\ -) \quad x^2-xy+2y^2 \\ \hline x^2+4xy-3y^2 \end{array}$$

답 $A+B=3x^2+2xy+y^2, \quad A-B=x^2+4xy-3y^2$

▶ $A-B=A+(-B)$

문제 2 다음 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B$ 와 $A-B$ 를 계산하시오.

(1) $A=x^3-2x^2+3, \quad B=3x^3-4x^2-5x-6$

(2) $A=x^2-4xy+2y^2, \quad B=2x^2+xy-3y^2$

다음은 통해 다항식의 덧셈에 대한 성질을 알아보자.

함께하기 세 다항식 A, B, C 가 다음과 같다.

$$A=x^2+5x+2, \quad B=2x^2-x+6, \quad C=3x^2-4x-2$$

활동 ① $A+B$ 와 $B+A$ 를 계산하고, 그 결과를 비교해 보자.

$A+B=\square$, $B+A=\square$

활동 ② $(A+B)+C$ 와 $A+(B+C)$ 를 계산하고, 그 결과를 비교해 보자.

$(A+B)+C=\square$, $A+(B+C)=\square$

일반적으로 다항식의 덧셈에서도 수의 덧셈에서와 같이 다음 성질이 성립한다.

다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

① 교환법칙 $A+B=B+A$

② 결합법칙 $(A+B)+C=A+(B+C)$

[참고] 세 다항식의 덧셈에서 $(A+B)+C$ 와 $A+(B+C)$ 의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호 없이 $A+B+C$ 로 나타낸다.

문제 3 세 다항식

$$A=x^3-x^2+2x+4, \quad B=-2x^2-3x+5, \quad C=x^2-5x+6$$

에 대하여 다음을 계산하시오.

(1) $A-(B+2C)$

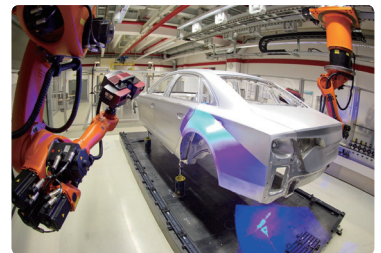
(2) $(A-2B)-(C+2A)$

문제 4 어떤 공장에서 새로 개발한 상품 x 개를 생산하는 데 드는 비용이 A 원이고, x 개를 판매할 때 생기는 수입이 B 원일 때, A 와 B 는 다음과 같다고 한다.

$$A=x^2+3x+1200, \quad B=2x^2+5x$$

④ (이익)=(수입)-(비용)

이 상품 x 개를 판매할 때 생기는 이익을 x 에 대한 식으로 나타내시오.



생각
넓히기

문제 해결 | 추론 | 창의융합 | 의사소통 | 정보처리 | 태도 및 실천

고대 바빌로니아 사람들은 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔대의 부피를

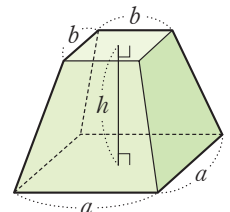
$$V_1=\frac{1}{4}(a^2+2ab+b^2)h$$

와 같이 대략적으로 계산했으나, 같은 시기에 이집트 사람들은

$$V_2=\frac{1}{3}(a^2+ab+b^2)h$$

와 같이 정확히 계산했다고 한다. 이때 V_2-V_1 을 계산한 결과를 식으로 나타내어 보자.

(출처: 윤대원 외, 「사각뿔대 부피를 구하는 다양한 방법에 대한 탐구」)



02 다항식의 곱셈과 나눗셈

학습 목표

다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

준비하기

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $8x^2 \times (-2xy^3)$

(2) $6x^3y^2 \div 3xy$

다가서기

자연 현상이나 사회 현상을 수학적
으로 나타낼 때 다항식이 많이 이용
되므로 다항식의 곱셈과 나눗셈을
포함한 사칙연산은 실생활의 여러
가지 문제를 해결하는 데 매우 유용
한 도구가 된다.

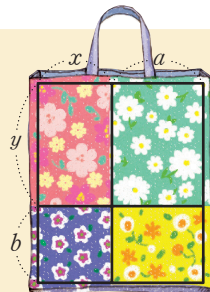
다항식의 곱셈

생각 열기

오른쪽 그림은 여러 가지 색상과 무늬로
이루어진 천 조각을 꿰매 붙여 만든 친환경 가방이다.

- ▶ 주어진 직사각형의 넓이를 이용하여 다음 등식
이 성립함을 설명해 보자.

$$(x+a)(y+b) = xy + bx + ay + ab$$



다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 식을 전개한 다음 동류항끼리 모
아서 정리한다. 예를 들어 다항식의 곱셈 $(2x+3)(3x^2-2x+4)$ 는 다
음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} & (2x+3)(3x^2-2x+4) \\ &= 2x(3x^2-2x+4) + 3(3x^2-2x+4) \\ &= 6x^3 - 4x^2 + 8x + 9x^2 - 6x + 12 \\ &= 6x^3 + 5x^2 + 2x + 12 \end{aligned}$$

▶ 다항식의 곱셈에서는
다음 지수법칙을 이용한다.
 $x^m x^n = x^{m+n}$
(단, m, n 은 자연수이다.)

다항식의 곱셈에서도 수의 곱셈에서와 같이 다음 성질이 성립한다.

다항식의 곱셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙 $AB = BA$
- ② 결합법칙 $(AB)C = A(BC)$
- ③ 분배법칙 $A(B+C) = AB + AC, (A+B)C = AC + BC$

참고

세 다항식의 곱셈에서 $(AB)C$ 와 $A(BC)$ 의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호
없이 ABC 로 나타낸다.

문제 1 다음 식을 전개하시오.

(1) $(x+1)(x^2-x-1)$

(2) $(2x^2-3xy+4y^2)(3x+2y)$



유클리드(Euclid, B.C. 325?~B.C. 265?)
그리스의 수학자로 그가 쓴
『원론』에 몇 가지 다항식의
전개식이 나와 있다.

특별한 형태의 다항식의 곱셈은 중학교에서 배운 다음 곱셈 공식을 이용하면 편리하다.

곱셈 공식 (1)

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ② $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

다음을 통해 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ 가 성립함을 확인해 보자.

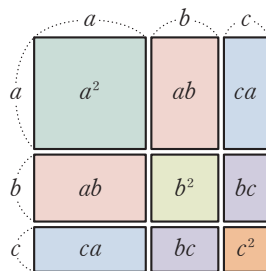
함께하기

오른쪽 그림은 한 변의 길이가 $a+b+c$ 인

정사각형을 9개의 직사각형으로 자른 것이다.

활동 ① 주어진 도형의 넓이를 이용하여 위의 등식이 성립함을 설명해 보자.

활동 ② 곱셈 공식 ①을 이용하여 $\{(a+b)+c\}^2$ 을 전개하고 위의 등식이 성립함을 확인해 보자.



예제 1 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a+b)^3$

(2) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

풀이 (1) $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$
 $= a(a^2+2ab+b^2) + b(a^2+2ab+b^2)$
 $= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$
 $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(2) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a(a^2-ab+b^2) + b(a^2-ab+b^2)$
 $= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$

답 (1) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (2) $a^3 + b^3$

문제 2 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a-b)^3$

(2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

이상을 정리하면 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 (2)

⑤ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

⑥ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑦ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3, (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

예제 2 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a+b-1)^2$

(2) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$

풀이 (1) $(a+b-1)^2 = a^2 + b^2 + (-1)^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times (-1) + 2 \times (-1) \times a$
 $= a^2 + b^2 + 2ab - 2a - 2b + 1$

(2) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2) = (2a-b)\{(2a)^2+2a \times b+b^2\}$
 $= (2a)^3 - b^3 = 8a^3 - b^3$

답 (1) $a^2 + b^2 + 2ab - 2a - 2b + 1$ (2) $8a^3 - b^3$

문제 3 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a+2b+3c)^2$

(2) $(2a-3b)^3$

(3) $(x+2)(x^2-2x+4)$

(4) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

곱셈 공식을 이용하여 여러 가지 식의 값을 구해 보자.

예제 3 $x+y=3, xy=-2$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하시오.

풀이 $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ 에서

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3x^2y - 3xy^2 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 3^3 - 3 \times (-2) \times 3 = 45$$

답 45

문제 4 $x-y=-2, xy=2$ 일 때, x^3-y^3 의 값을 구하시오.

다항식의 나눗셈

다항식의 나눗셈에서는 다음 지수법칙을 이용한다.

$$x^m \div x^n = \begin{cases} x^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \end{cases}$$

(단, $x \neq 0$ 이고, m, n 은 자연수이다.)

생각 톡톡

다항식을 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 항상 일차식일까?

Q는 몫을 뜻하는 quotient의 첫 글자이고, R는 나머지를 뜻하는 remainder의 첫 글자이다.

다항식의 나눗셈은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 다음 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

예를 들어 다항식의 나눗셈 $(2x^2 - 3x + 1) \div (2x + 1)$ 은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{array}{r} x-2 \quad \leftarrow \text{몫} \\ 2x+1 \overline{) 2x^2-3x+1} \\ \underline{2x^2+x} \quad \leftarrow (2x+1) \times x \\ -4x+1 \\ \underline{-4x-2} \quad \leftarrow (2x+1) \times (-2) \\ 3 \quad \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

따라서 $2x^2 - 3x + 1$ 을 $2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫은 $x - 2$ 이고 나머지는 3이다.

문제 5 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(x^2 + 2x + 4) \div (x - 3)$

(2) $(4x^3 - 3x + 2) \div (2x^2 - x - 1)$

일반적으로 다항식 A 를 다항식 $B (B \neq 0)$ 로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면

$$A = BQ + R$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이때 R 의 차수는 B 의 차수보다 낮다.

특히 $R = 0$, 즉 $A = BQ$ 일 때, ‘ A 는 B 로 나누어떨어진다’고 한다.

보기 나눗셈 $(2x^2 - 3x + 1) \div (2x + 1)$ 에서 몫은 $x - 2$ 이고 나머지는 3이므로

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x + 1)(x - 2) + 3$$

와 같이 나타낼 수 있다.

문제 6 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때의 몫 Q 와 나머지 R 를 구하고, $A = BQ + R$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) $A = 3x^3 - 5x^2 - 2x + 1, B = x - 2$

(2) $A = 2x^3 - 4x^2 + 5, B = x^2 - 3x - 1$

예제 4 다항식 A 를 $3x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2+2x+3 이고 나머지는 6이다. 다항식 A 를 구하시오.

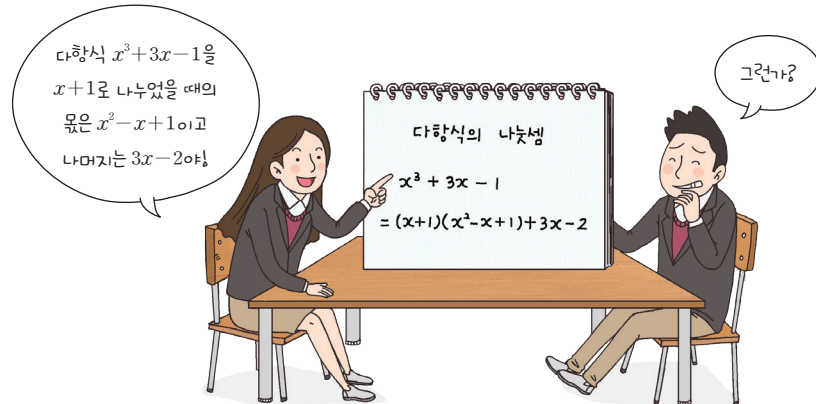
풀이

$$\begin{aligned} A &= (3x-1)(x^2+2x+3)+6 \\ &= 3x(x^2+2x+3)-(x^2+2x+3)+6 \\ &= 3x^3+6x^2+9x-x^2-2x-3+6 \\ &= 3x^3+5x^2+7x+3 \end{aligned}$$

답 $3x^3+5x^2+7x+3$

문제 7 다항식 A 를 x^2+1 로 나누었을 때의 몫은 $x+3$ 이고 나머지는 $-2x+1$ 이다. 다항식 A 를 구하시오.

탐구 **문제 8** 현정이는 등식 $x^3+3x-1=(x+1)(x^2-x+1)+3x-2$ 를 보고 다음과 같이 말했다. 현정이가 한 말이 옳은지 이야기해 보자.



생각
넓히기

문제 해결 | 추론 | 창의융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

다항식의 곱셈에서 규칙을 발견해 보려고 한다.

활동 1 다음 식을 전개해 보자.

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| (1) $(x-1)(x+1)$ | (2) $(x-1)(x^2+x+1)$ |
| (3) $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$ | (4) $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$ |

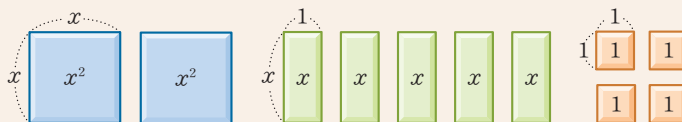
활동 2 활동 1에서 발견할 수 있는 규칙을 말해 보자.

활동 3 활동 2에서 찾은 규칙을 이용하여 $(x-1)(x^{99}+x^{98}+\cdots+x+1)$ 을 전개해 보자.

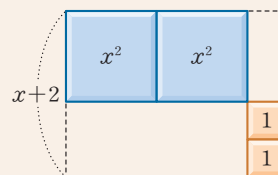
대수 막대를 이용한 다항식의 나눗셈

대수 막대를 이용하여 다항식의 나눗셈 $(2x^2 + 5x + 4) \div (x + 2)$ 에서 몫과 나머지를 구해 보자.

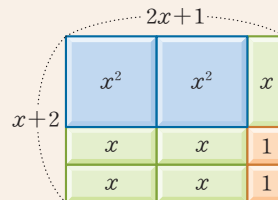
- ① 다항식 $2x^2 + 5x + 4$ 를 대수 막대를 이용하여 다음과 같이 나타낸다.



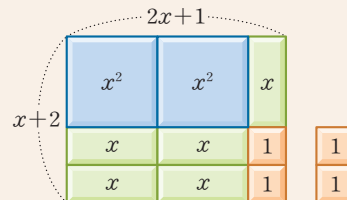
- ② x^2 을 나타내는 대수 막대 2개를 가로로 나열한 다음 직사각형의 세로의 길이가 나누는 다항식 $x + 2$ 가 되도록 1을 나타내는 대수 막대 2개를 오른쪽 그림과 같이 추가한다.



- ③ 전체가 직사각형이 되도록 x 를 나타내는 대수 막대 5개를 오른쪽 그림과 같이 빈 공간에 채운다.



- ④ ①의 대수 막대 중에서 ②, ③에서 사용하고 남은 1을 나타내는 대수 막대 2개를 오른쪽에 둔다.



- ④의 그림이 나타내는 등식 $2x^2 + 5x + 4 = (x + 2)(2x + 1) + 2$ 에서 다음을 알 수 있다.

나눗셈 $(2x^2 + 5x + 4) \div (x + 2)$ 에서 몫은 $2x + 1$ 이고 나머지는 2이다.

중단원 마무리하기

다항식의 덧셈과 뺄셈

(1) 다항식의 덧셈

다항식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 정리한다.

(2) 다항식의 뺄셈

다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어서 더한다.

다항식의 곱셈

(1) 다항식의 곱셈

다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리한다.

(2) 곱셈 공식

$$\textcircled{1} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\textcircled{3} (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\textcircled{4} (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\textcircled{5} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\textcircled{6} (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\textcircled{7} (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

다항식의 나눗셈

(1) 다항식의 나눗셈

다항식의 나눗셈은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 다음 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

(2) 다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 다음이 성립한다.

$$A = BQ + R$$

(단, R 의 차수는 B 의 차수보다 낮다.)

특히 $R=0$, 즉 $A=BQ$ 일 때, A 는 B 로 나누어떨어진다고 한다.

01 다음 다항식을 [] 안의 방법으로 정리하시오.

(1) $x^2y - 3y^2 + 2x + x^3$ [x 에 대한 내림차순]

(2) $2x^2 + xy^2 - y + 5y^3 - 1$ [y 에 대한 내림차순]

02 두 다항식

$$A = -x^2 + 4xy - 3y^2,$$

$$B = 2x^2 + 5xy - 4y^2$$

에 대하여 다음을 계산하시오.

(1) $-4A + B$

(2) $2A - (3B + A)$

03 다음 식을 전개하시오.

(1) $(x - 2y + z)^2$

(2) $(2a + 3b)^3$

(3) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

(4) $(3a - b)(9a^2 + 3ab + b^2)$

04 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(2x^3 - 5x^2 + 3) \div (x + 2)$

(2) $(4x^3 + 2x^2 - 5x + 3) \div (x^2 - 2x + 3)$

05 세 다항식

$$A=x^3-x+3, \quad B=-x^3+2x^2-6, \quad C=2x^3-4x^2-3x+1$$

에 대하여 $-3A+2(B-C)-(C-4A)$ 를 계산하시오.

06 다음을 만족시키는 두 다항식 A, B 를 구하시오.

$$2A+B=5x^3-3x^2+5x, \quad A-B=x^3+3x^2+4x+3$$

07 다음 식을 전개하시오.

$$(1) (x+y)^3(x-y)^3$$

$$(2) (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

08 다음 물음에 답하시오.

$$(1) a+b+c=4, ab+bc+ca=5 \text{ 일 때, } a^2+b^2+c^2 \text{의 값을 구하시오.}$$

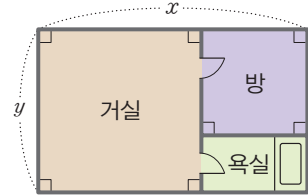
$$(2) a+b=1, a^3+b^3=19 \text{ 일 때, } ab \text{의 값을 구하시오.}$$

$$(3) a-b=2, b-c=3 \text{ 일 때, } a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \text{의 값을 구하시오.}$$

09 다항식 x^3-x^2-x+a 가 다항식 x^2+x+1 로 나누어떨어지도록 상수 a 의 값을 정하시오.

- 10 다항식 $x^3 + x^2 + 10$ 을 다항식 A 로 나누었을 때의 몫은 $x+2$ 이고 나머지는 6이다. 다항식 A 를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

- 11 오른쪽 그림은 어느 집의 평면도로 거실과 방은 정사각형 모양, 욕실은 직사각형 모양의 구조로 되어 있다. 평면도 전체는 가로 길이 x , 세로 길이 y 인 직사각형 모양이라 할 때, 욕실의 넓이를 x, y 에 대한 식으로 나타내시오. (단, $y < x < 2y$)



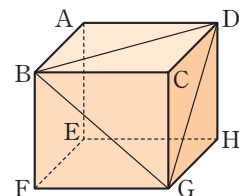
발 전

- 12 $a+b=2$, $a^2+b^2=6$ 일 때, a^5+b^5 의 값을 구하시오.

- 13 다항식 $A = x^3 + 2x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, 다항식 A 를 $x^2 - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

사고력

- 14 오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겹넓이가 94이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 100이다. 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



2

나머지정리와 인수분해

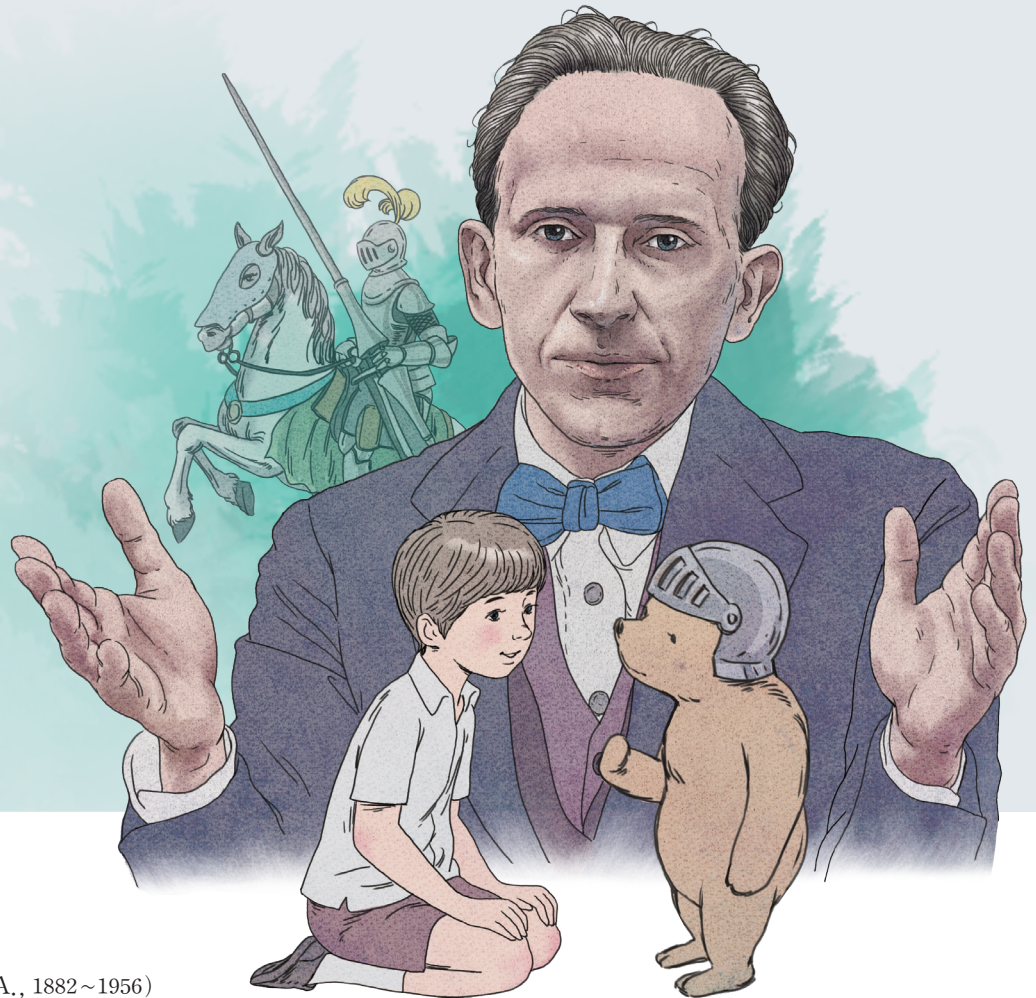
01
항등식

02
나머지정리

03
인수분해

“ 하지만 인수분해보다는 장엄해. ”

(출처: 앨런 밀른, 『푸우 코너에 있는 집』)



앨런 밀른(Milne, A. A., 1882~1956)

영국의 작가

이 글은 동화 『푸우 코너에 있는 집』의 끝부분에서, 말을 타는 기사를 동경하는 푸우에게 크리스토퍼 로빈이 수학에서 중요하게 쓰이는 인수분해와 비교해서 말을 타는 기사가 중요한 사람임을 설명하는 장면에서 한 말이다.

01 항등식

학습 목표

항등식의 성질을 이해한다.

준비하기

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $(x+2)(x-3)=x^2+\square x+\square$

(2) $(x+1)^3=x^3+\square x^2+\square x+1$

다같이 보기

호텔의 객실은 열쇠가 다 다른데 모든 객실을 열 수 있는 마스터키가 있다. 등식에서도 모든 실수에 대하여 항상 성립하는 항등식이 있다.

항등식의 성질

생각 열기

칠판에 다음과 같은 두 등식이 적혀 있다.

$$\text{㉠. } x^2+1=2x$$

$$\text{㉡. } x^2=(x+1)(x-1)+1$$

- ① 등식 ㉠을 성립하게 하는 실수 x 의 값을 구해 보자.
- ② 등식 ㉡을 성립하게 하는 실수 x 의 값을 구해 보자.

항등식은 주어진 식의 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식이다.

위의 생각 열기에서 등식 $x^2=(x+1)(x-1)+1$ 은 항등식이고, 등식 $x^2+1=2x$ 는 $x=1$ 일 때만 성립하므로 항등식이 아니다.

예제 1 등식 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=b=c=0$ 이 성립함을 설명하시오.

풀이 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 x 에 어떤 값을 대입해도 등식이 항상 성립하므로 $x=0$, $x=1$, $x=-1$ 을 각각 대입하면

$$c=0, \quad a+b+c=0, \quad a-b+c=0$$

$c=0$ 을 나머지 두 식에 대입한 후 연립하여 풀면 $a=0, b=0$

따라서 $a=b=c=0$

답 풀이 참조

문제 1 등식 $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$ 이 성립함을 설명하시오.



이상으로부터 다음을 알 수 있다.

■ 항등식의 성질

- ① $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=b=c=0$ 이다.
- ② $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=a', b=b', c=c'$ 이다.

항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 정해져 있지 않은 계수를 정하는 방법을 미정계수법이라고 한다. 미정계수법에는 양변에서 동류항의 계수를 비교하여 계수를 정하는 방법과 문자에 적당한 수를 대입하여 계수를 정하는 방법이 있다.

예제 2 등식 $a(x-1)^2+b(x-1)+c=x^2+4x-3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정하시오.

풀이 1 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$$ax^2-(2a-b)x+a-b+c=x^2+4x-3$$

양변에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a=1, -(2a-b)=4, a-b+c=-3$$

$$\text{이므로 } a=1, b=6, c=2$$

풀이 2 양변에 $x=1, x=0, x=2$ 를 각각 대입해도 주어진 등식이 성립해야 하므로

$$c=2, a-b+c=-3, a+b+c=9$$

$$c=2\text{를 나머지 두 식에 대입한 후 연립하여 풀면 } a=1, b=6$$

$$\text{답 } a=1, b=6, c=2$$

문제 2 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정하시오.

$$(1) 2x^2+ax=(bx+1)(x+c)+3$$

$$(2) 2x^2+3x-1=ax(x+1)+b(x+1)(x-1)+cx(x-1)$$

생각
넓히기



문제 해결 | 추론 | 창의융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

다음은 각각 등식으로 나타내고, 그 등식이 항등식인 이유를 설명해 보자.

활동 ① 연속하는 세 자연수 중 가운데 수의 제곱에서 1을 뺀 것은 양 끝의 두 수의 곱과 같다.

활동 ② 연속하는 세 자연수 중 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 빼면 가운데 수의 4배와 같다.

02 나머지정리

학습 목표

나머지정리의 뜻을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

준비하기

다음 다항식을 일차식 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) x^2-2x+3

(2) x^3+2x^2-x-5

다가 서기

어떤 수가 3의 배수인지 아닌지는 직접 3으로 나누지 않고 각 자리의 숫자의 합이 3으로 나누어지는지 확인하여 알 수 있다.

다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지도 직접 나누지 않고 알 수 있는 방법이 있다.

나머지정리

생각 열기 다항식 $f(x)=2x^2+x-3$ 을 일차식 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 알아보려고 한다.

- ① 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구해 보자.
- ② $f(-1)$ 의 값을 구하여 ①의 결과와 비교해 보자.

다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 간편하게 구하는 방법을 알아보자.

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 다음이 성립한다.

$$f(x)=(x-a)Q(x)+R$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=a$ 를 대입하면

$$R=f(a)$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같은 나머지정리를 얻는다.

나머지정리

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면

$$R=f(a)$$

보기 다항식 $f(x)=x^3-3x^2-4x+2$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지 R 는

$$R=f(-2)=(-2)^3-3\times(-2)^2-4\times(-2)+2=-10$$

문제 1 다항식 $f(x)=4x^3-6x^2-2x+1$ 을 다음 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(1) $x+1$

(2) $x-2$

(3) $x-\frac{1}{2}$

다음을 통해 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax+b$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하는 방법을 알아보자.

함께하기 다음 $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax+b$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면

$$f(x) = (ax+b)Q(x) + R = a\left(x + \square\right)Q(x) + R$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x = \square$ 를 대입하면 $R = f(\square)$ 이다.

위의 활동에서 알 수 있듯이 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax+b$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ 이다.

문제 2 다항식 $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$ 을 다음 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(1) $2x+1$

(2) $3x-1$

예제 1 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 5이고, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 -4 이다. $f(x)$ 를 $(x-2)(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

② 다항식 $f(x)$ 를 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 일차 이하의 다항식이므로 나머지를 $ax+b$ 로 놓는다.

풀이 다항식 $f(x)$ 를 이차식 $(x-2)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를

$$ax+b라 하면 \quad f(x) = (x-2)(x+1)Q(x) + ax+b$$

나머지정리에 의하여 $f(2)=5$, $f(-1)=-4$ 이므로

$$2a+b=5, \quad -a+b=-4$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-1$

따라서 구하는 나머지는 $3x-1$ 이다.

답 $3x-1$

문제 3 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고, $x+3$ 로 나누었을 때의 나머지는 -5 이다. $f(x)$ 를 $(x-1)(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

인수정리

▶ 다항식 $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면 $x-\alpha$ 는 $f(x)$ 의 인수이다.

나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-\alpha$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(\alpha)$ 이다. 이때 $f(\alpha)=0$ 이면 $f(x)$ 는 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지고, $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$ 이다.

이상을 정리하면 다음과 같은 **인수정리**를 얻는다.

인수정리

다항식 $f(x)$ 에 대하여

- ① $f(\alpha)=0$ 이면 $f(x)$ 는 일차식 $x-\alpha$ 로 나누어떨어진다.
- ② $f(x)$ 가 일차식 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$ 이다.

● **예제 2** 다항식 $f(x)=x^3-2x^2+4x+a$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어지도록 상수 a 의 값을 정하십시오.

풀이 $f(x)=x^3-2x^2+4x+a$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어지려면 인수정리에 의하여 $f(-1)=0$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - 2 \times (-1)^2 + 4 \times (-1) + a \\ &= -7 + a \\ &= 0 \end{aligned}$$

따라서 $a=7$

답 7

● **문제 4** 다항식 $f(x)=x^3-3x^2+ax+60$ 이 $x-2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a 의 값을 정하십시오.

● **문제 5** 다항식 $f(x)=2x^3+ax^2+x+b$ 가 $(x-1)(x-2)$ 로 나누어떨어지도록 상수 a , b 의 값을 정하십시오.

조립제법

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나눌 때, 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 알아보자.

예를 들어 다항식 $3x^3-4x^2+2x-5$ 를 일차식 $x-2$ 로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 2x + 6 \\
 x-2 \overline{) 3x^3 - 4x^2 + 2x - 5} \\
 \underline{3x^3 - 6x^2} \\
 2x^2 + 2x \\
 \underline{2x^2 - 4x} \\
 6x - 5 \\
 \underline{6x - 12} \\
 7
 \end{array}$$

몫: $3x^2 + 2x + 6$, 나머지: 7

계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 과정:

- $3x^3$ 의 계수 3 에 -2 를 곱하면 -6 이다. $-4 - (-6) = 2$ 이다. $2x^2$ 의 계수 2 에 -2 를 곱하면 -4 이다. $2 - (-4) = 6$ 이다. $6x$ 의 계수 6 에 -2 를 곱하면 -12 이다. $-5 - (-12) = 7$ 이다.

따라서 몫은 $3x^2+2x+6$ 이고 나머지는 7 이다.

위의 나눗셈에서 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 x-2 \overline{) 3x^3 - 4x^2 + 2x - 5} \\
 \begin{array}{cccc}
 3 & -4 & 2 & -5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & -4 & 2 & -5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & -4 & 2 & -5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & -4 & 2 & -5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & -4 & 2 & -5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & -4 & 2 & -5
 \end{array} \\
 \text{몫: } 3x^2 + 2x + 6 \quad \text{나머지: } 7
 \end{array}$$

조립제법은 다항식을 일차식으로 나누는 경우에만 이용한다.

다항식을 일차식으로 나눌 때, 이와 같이 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 **조립제법**이라고 한다.

예제 3 조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

$$(x^3 - 2x + 1) \div (x + 2)$$

조립제법을 이용할 때는 차수가 높은 항의 계수부터 차례대로 적는다. 이때 해당되는 차수의 항이 없으면 그 자리에 0을 적는다.

풀이 오른쪽과 같이 조립제법을 이용하면 x^3-2x+1 을 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2-2x+2 이고 나머지는 -3 이다.

$$\begin{array}{r}
 -2 \overline{) 1 \quad 0 \quad -2 \quad 1} \\
 \underline{-2 \quad 4 \quad -4} \\
 1 \quad -2 \quad 2 \quad -3
 \end{array}$$

답 몫: x^2-2x+2 , 나머지: -3

문제 6 조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(x^3 - 3x^2 + x - 5) \div (x - 2)$ (2) $(2x^3 + 3x^2 + 15) \div (x + 3)$

예제 4 조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

$$(2x^3 + 3x^2 - 4x - 5) \div (2x - 1)$$

풀이 $2x - 1 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 이므로 오른쪽과 같이 조립제법을
이용하면 $2x^3 + 3x^2 - 4x - 5$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때
의 몫은 $2x^2 + 4x - 2$ 이고 나머지는 -6 이다. 즉,

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & 3 & -4 & -5 \\ & & 1 & 2 & -1 \\ \hline & 2 & 4 & -2 & -6 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x^3 + 3x^2 - 4x - 5 &= \left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 + 4x - 2) - 6 \\ &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x^2 + 2x - 1) - 6 \\ &= (2x - 1)(x^2 + 2x - 1) - 6 \end{aligned}$$

따라서 $2x^3 + 3x^2 - 4x - 5$ 를 $2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫은 $x^2 + 2x - 1$ 이고 나머지는 -6 이다.

답 몫: $x^2 + 2x - 1$, 나머지: -6

문제 7 조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(2x^3 + 3x^2 - x - 4) \div (2x + 1)$ (2) $(6x^3 - x^2 - 5x + 3) \div (3x - 2)$

생각
넓히기



문제 해결 | 추론 | 창의융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

나머지정리를 활용하여 2018^{10} 을 2017 로 나누었을 때의 나머지를 구하려고 한다.

활동 ① 다항식 x^{10} 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면

$$x^{10} = (x - 1)Q(x) + R \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

가 성립한다. 이때 R 의 값을 구해 보자.

활동 ② 조립제법을 이용하여 몫 $Q(x)$ 를 구하고, $Q(2018)$ 이 자연수임을 확인해 보자.

활동 ③ ①의 양변에 $x = 2018$ 을 대입하고, 활동 ①과 활동 ②의 결과를 이용하여 2018^{10} 을 2017 로 나누었을 때의 나머지를 구해 보자.

몫과 나머지 구하기

컴퓨터 프로그램인 스프레드시트를 이용하여 다항식 $2x^3 - 8x^2 + 3x + 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구해 보자.

- ① 셀 A1에 $x - 2$ 의 '2'를 입력한다.
- ② 셀 B1, C1, D1, E1에 $2x^3 - 8x^2 + 3x + 5$ 의 각 항의 계수 '2, -8, 3, 5'를 차례대로 입력한다.
- ③ 셀 B3에 '=B1'을 입력한다.
- ④ 셀 C2에 '=\$A\$1*B3'을 입력한다.
- ⑤ 셀 C3에 '=C1+C2'를 입력한다.
- ⑥ 셀 C2, C3을 '채우기 핸들'을 이용하여 셀 E2, E3까지 드래그한다.

	A	B	C	D	E	F
1	2					
2						
3						
4						
5						

	A	B	C	D	E	F
1	2	2	-8	3	5	
2						
3						
4						
5						

	A	B	C	D	E	F
1	2	2	-8	3	5	
2						
3						
4						
5						

이때 셀 B3, C3, D3의 값 2, -4, -5는 몫의 계수이고, 셀 E3의 값 -5는 나머지이다.

즉, 다항식 $2x^3 - 8x^2 + 3x + 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫은 $2x^2 - 4x - 5$ 이고 나머지는 -5이다.

따라서 삼차식을 x 의 계수가 1인 일차식으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하려면, 셀 A1과 셀 B1, C1, D1, E1에 바뀐 값을 입력하여 구할 수 있다.

	A	B	C	D	E	F
1	2	2	-8	3	5	
2			4	-8	-10	
3		2	-4	-5	-5	
4						
5						

확인 1 위와 같은 방법으로 다항식 $3x^3 - 5x^2 + 7x - 2$ 를 $x + 3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구해 보자.

2 스프레드시트를 이용하여 다항식 $2x^4 - 5x^3 - x^2 + 6x + 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구해 보자.

03 인수분해

학습 목표

다항식의 인수분해를 할 수 있다.

준비하기

다음 식을 인수분해하십시오.

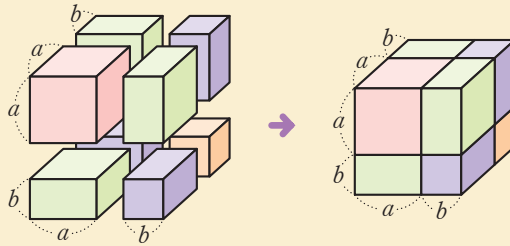
(1) $5a^2b - 3ab^2$

(2) $x^2 - 5x + 6$

인수분해 공식

생각 열기

다음 그림과 같이 직육면체 모양의 블록 8개를 맞추어 한 모서리의 길이가 $a+b$ 인 정육면체를 만들었다.



▶ 주어진 도형의 부피를 이용하여 다음 등식이 성립함을 설명해 보자.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 인수분해는 다항식의 전개 과정을 거꾸로 생각한 것이다.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

인수분해 (위쪽 화살표)
전개 (아래쪽 화살표)

다음 인수분해 공식은 17쪽의 곱셈 공식 (1)과 18쪽의 곱셈 공식 (2)에서 얻은 것이다.

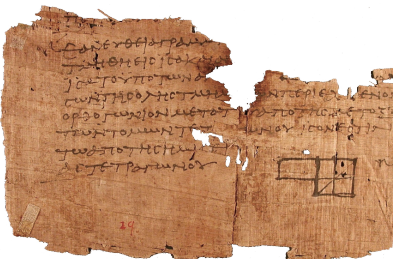
인수분해 공식

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- ② $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- ③ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
- ④ $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$
- ⑥ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$
- ⑦ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

다가 서기

고대 그리스 사람들은 대수적 연산을 하기 위해 도형을 이용하여 여러 가지 항등식을 만들었다고 한다.

이러한 항등식은 다항식의 인수분해에 이용되고, 다항식의 인수분해는 방정식의 풀이에 이용된다.



▶ 그리스 로마 시대의 파피루스

예제 1 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(2) $a^3 - 27b^3$

풀이 (1) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 + 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 + 2^3$
 $= (x + 2)^3$

(2) $a^3 - 27b^3 = a^3 - (3b)^3$
 $= (a - 3b) \{a^2 + a \times 3b + (3b)^2\}$
 $= (a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$

답 (1) $(x + 2)^3$ (2) $(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$

문제 1 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

(2) $x^3 - 1$

(3) $a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab + 4bc - 2ca$

(4) $27a^3 + 8b^3$

인수분해 공식을 직접 이용할 수 없는 경우에는 공식을 이용할 수 있도록 식을 적절히 변형한다.

예제 2 다음 식을 인수분해하시오.

$(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 1) - 6$

공통부분을 하나의 문자로 놓고 인수분해한다.

풀이 $x^2 + 2x = X$ 로 놓으면

$(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 1) - 6 = X(X - 1) - 6$
 $= X^2 - X - 6 = (X - 3)(X + 2)$
 $= (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 2)$
 $= (x - 1)(x + 3)(x^2 + 2x + 2)$

답 $(x - 1)(x + 3)(x^2 + 2x + 2)$

문제 2 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $(x + y)^2 + 3(x + y) - 10$

(2) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 5) + 3$

예제 3 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^4 - x^2 - 12$

(2) $x^4 + x^2 + 1$

풀이 (1) $x^2 = X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 - 12 &= X^2 - X - 12 = (X - 4)(X + 3) \\ &= (x^2 - 4)(x^2 + 3) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 3) \end{aligned}$$

(2) $A^2 - B^2$ 의 꼴로 변형하면

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 + 1 &= (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

답 (1) $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 3)$ (2) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

▶ (2) $x^2 = X$ 로 놓았을 때, X 에 대한 이차식이 인수분해되지 않으면 $A^2 - B^2$ 의 꼴로 변형해 본다.

문제 3 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^4 - 5x^2 + 4$

(2) $x^4 - 8x^2 - 9$

(3) $x^4 + 2x^2 + 9$

(4) $x^4 - 3x^2y^2 + 9y^4$

두 개 이상의 문자를 포함하는 식을 인수분해할 경우에는 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

예제 4 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 4y - 1$ 을 인수분해하시오.

풀이 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해하면

$$\begin{aligned} &2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 4y - 1 \\ &= 2x^2 - (5y - 1)x - 3y^2 + 4y - 1 \\ &= 2x^2 - (5y - 1)x - (3y - 1)(y - 1) \\ &= \{x - (3y - 1)\} \{2x + (y - 1)\} \\ &= (x - 3y + 1)(2x + y - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad \swarrow \quad \searrow \quad - (3y - 1) \rightarrow -6y + 2 \\ 2 \quad \quad \quad y - 1 \rightarrow \frac{y - 1}{-5y + 1} \end{array}$$

답 $(x - 3y + 1)(2x + y - 1)$

문제 4 다항식 $2x^2 - xy - y^2 + 3x + 1$ 을 인수분해하시오.

● 인수정리를 이용한 인수분해

인수정리를 이용하여 다항식을 인수분해하는 방법을 알아보자.

예를 들어 다항식 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이 계수가 정수인 두 다항식의 곱으로 다음과 같이 인수분해된다고 하자.

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x - a)(x^2 + bx + c)$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 우변을 전개하여 양변의 상수항을 비교하면

$$6 = -ac, \text{ 즉 } ac = -6$$

이다. 따라서 정수 a 는 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ 중의 하나이다.

이때 $f(-1) = -1 - 4 - 1 + 6 = 0$ 이므로 인수정리에 의하여 $x + 1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다. 따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 다음과 같이 인수분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 4x^2 + x + 6 \\ &= (x + 1)(x^2 - 5x + 6) \\ &= (x + 1)(x - 2)(x - 3) \end{aligned}$$

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

● 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(a) = 0$ 이면 $x - a$ 는 $f(x)$ 의 인수이므로 $f(x) = (x - a)Q(x)$ 와 같이 나타낼 수 있다.

● 예제 5 다항식 $x^3 - 7x + 6$ 을 인수분해하시오.

풀이 $f(x) = x^3 - 7x + 6$ 이라 하면 $f(1) = 0$ 이므로 $x - 1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다. 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^3 - 7x + 6 &= (x - 1)(x^2 + x - 6) \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 3) \end{aligned}$$

1	1	0	-7	6
		1	1	-6
	1	1	-6	0

답 $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$

● 문제 5 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^3 + x^2 - 5x - 6$

(2) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 2x + 4$

생각
넓히기

문제 해결! 추론! 창의융합! 의사소통! 정보 처리! 태도 및 실천

인수분해를 이용하여 $\frac{997^3 - 3 \times 997 - 2}{997 \times 999 + 1}$ 의 값을 구하려고 한다.

활동 ① 두 다항식 $x(x + 2) + 1$ 과 $x^3 - 3x - 2$ 를 인수분해해 보자.

활동 ② 활동 ①의 두 다항식에 $x = 997$ 을 대입하여 $\frac{997^3 - 3 \times 997 - 2}{997 \times 999 + 1}$ 의 값을 구해 보자.



추론 | 창의융합

연산에 유용한 다항식의 인수분해

다항식의 인수분해를 이용하면 식의 계산에서 연산 구조를 단순화시키고 연산 횟수를 줄일 수 있어서 계산을 쉽게 할 수 있다.

- $99 \times 99 \times 99 + 3 \times 99 \times 99 + 3 \times 99 + 1$ 의 계산



인수분해 공식 ⑥

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

을 이용하면 오른쪽과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} & 99 \times 99 \times 99 + 3 \times 99 \times 99 + 3 \times 99 + 1 \\ &= 99^3 + 3 \times 99^2 \times 1 + 3 \times 99 \times 1^2 + 1^3 \\ &= (99+1)^3 = 100^3 = 1000000 \end{aligned}$$

- $\sqrt{16 \times 17 \times 18 \times 19 + 1}$ 의 계산



연속한 네 자연수의 곱에 1을 더한 수를 나타낸 식을 인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2) + 1 \\ &= (x^2+3x)^2 + 2(x^2+3x) + 1 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

이를 이용하여 오른쪽과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sqrt{16 \times 17 \times 18 \times 19 + 1} \\ &= \sqrt{16(16+1)(16+2)(16+3) + 1} \\ &= \sqrt{(16^2+3 \times 16+1)^2} \\ &= 256 + 48 + 1 \\ &= 305 \end{aligned}$$

- 1000027이 소수가 아님을 확인하는 방법



인수분해 공식 ⑦

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

을 이용하면 오른쪽과 같이 나타낼 수 있으므로 소수가 아님을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & 1000027 \\ &= 1000000 + 27 = 100^3 + 3^3 \\ &= (100+3)(100^2 - 100 \times 3 + 3^2) \\ &= 103 \times 9709 \end{aligned}$$

탐 구

인수분해를 이용하여 다음에 답하여 보자.

- (1) $97^3 + 9 \times 97^2 + 27 \times 97 + 27$ 을 계산해 보자.
- (2) 999973이 소수가 아님을 확인해 보자.

중단원 마무리하기

■ 항등식

(1) 항등식의 성질

① 등식 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면

$a=b=c=0$ 이다.

② 등식 $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한

항등식이면 $a=a', b=b', c=c'$ 이다.

(2) 항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 정해져 있지 않은 계수를 정하는 방법을 미정계수법이라고 한다.

■ 나머지정리

(1) 나머지정리: 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면 $R=f(a)$ 이다.

(2) 인수정리: 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $x-a$ 로 나누어떨어지면 $f(a)=0$ 이다.

(3) 다항식을 일차식으로 나눌 때, 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라고 한다.

■ 인수분해

(1) 인수분해 공식

$$\textcircled{1} a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$\textcircled{2} a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$\textcircled{3} x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

$$\textcircled{4} acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$$\textcircled{5} a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$$

$$\textcircled{6} a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$$

$$\textcircled{7} a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

(2) 복잡한 식의 인수분해

① 두 개 이상의 문자를 포함하는 식은 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

② 삼차 이상의 다항식은 인수정리를 이용하여 인수분해한다.

기본

01

다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정하십시오.

$$(1) (2a-b)x^2+(2-b)x+(c+3)=0$$

$$(2) x^2+2x-4=a(x-1)^2+b(x-1)+c$$

02

다항식 $f(x)=x^3+3x^2-4x-5$ 를 다음 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하십시오.

$$(1) x+3$$

$$(2) 2x-1$$

03

다항식 $f(x)=x^3+4x^2-5x-a$ 가 $x+2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a 의 값을 정하십시오.

04

다음 식을 인수분해하십시오.

$$(1) 64x^3-27y^3$$

$$(2) 8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$$

05

다음 식을 인수분해하십시오.

$$(1) (x^2+x)(x^2+x-5)-6$$

$$(2) x^3-5x^2-2x+24$$

06 등식 $2x^2 - 3x + 4 = ax(x+1) + bx(x-2) + c(x+1)(x-2)$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

07 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고, $x+2$ 로 나누어떨어진다고 한다. 상수 a, b 의 값을 구하시오.

08 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 7이고, $2x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다. $f(x)$ 를 $2x^2 - 3x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. |서·술·형|

09 다항식 $x^2 - xy - 2y^2 + x + 7y - 6$ 이 $(x+ay+3)(x+by+c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $2b - a + c$ 의 값을 구하시오.

10 다항식 $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + k$ 가 최고차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 의 제곱으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값과 $f(1)$ 의 값의 합을 구하시오.

- 11 다항식 $f(x)=2x^3-3x^2+ax-1$ 이 $2x-1$ 로 나누어떨어진다고 할 때, 상수 a 의 값을 구하고, $f(x)$ 를 인수분해하시오.

- 12 인수분해를 이용하여 $\frac{2018^3+1}{2017 \times 2018+1}$ 의 값을 구하시오.

발전

사고력+

- 13 상수 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 에 대하여 등식
- $$(x^2-2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_{10}x^{10}$$
- 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오.

|서·술·형|

- 14 다항식 $f(x)=x^3+ax^2-7x+b$ 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

- 15 전력은 단위 시간당 전기 장치에 공급되는 전기 에너지로

$$(\text{전력})=(\text{전압}) \times (\text{전류})$$

와 같이 계산한다. 어느 전기 장치에서 시각 t 인 순간의 전력이 $P(t)=t^3+9t^2+23t+a$ 이고 전류는 $I(t)=t+5$ 일 때, 전압 $V(t)$ 에 대하여 $V(10)$ 의 값을 구하시오.



01 ...

두 다항식 A, B 에 대하여

$$A+B=3x^2-2xy-y^2,$$

$$A-B=-x^2+4xy+5y^2$$

일 때, $3A+B$ 를 계산하시오.

02 ...

$(x^3+ax+2)(x^2+bx-2)$ 를 전개한 식에서 x^2 과 x^3 의 계수가 모두 0이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

03 ...

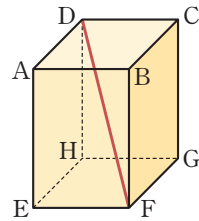
$(x^2-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ 을 전개하시오.

04 ..

$x+y=4$, $x^3+y^3=40$ 일 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

05 ...

오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합은 32 cm 이고, 겉넓이는 38 cm^2 이다. 이 상자의 대각선 DF의 길이를 구하시오.



06 ...

다항식 $f(x)$ 를 x^2+1 로 나누었을 때의 몫은 $x-1$ 이고 나머지는 $2x-1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

07 ...

다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + 60$ 이 $x^2 - x + b$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

08 ...

다항식 $f(x)$ 에 대하여 등식

$$x^{10} - ax^5 + b = (x^2 - 1)f(x) + 7x - 4$$

가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, ab 의 값은?

- ① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

09 ...

$x + y = 2$ 를 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식

$$ax^2 + xy + by^2 + x + y - 4 = 0$$

이 항상 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

10 ...

다항식 $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 -10 이다. $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 3일 때, $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

11 ...

다항식 $f(x) = x^3 + px^2 + qx - 2$ 가 $(x - 1)(x + 2)$ 로 나누어떨어지도록 상수 p, q 의 값을 정하시오.

12 ...

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 50이고, $\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 35이다. $f(x)g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

13 ...

다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x + 50$ 이고, $x^2 - x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $3x - 2$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^2 + x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

14 ...

삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어진다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

15 ...

다음은 조립제법을 이용하여 다항식 x^3+ax^2-x+4 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 과정이다.
 $a \sim e$ 의 값으로 옳지 않은 것은?

e	1	a	-1	b
		c	d	-2
	1	-1	1	2

- ① $a=1$ ② $b=4$ ③ $c=3$
 ④ $d=2$ ⑤ $e=-2$

16 ...

16^{12} 을 15로 나누었을 때의 나머지를 r_1 이라 하고, 17^{13} 을 18로 나누었을 때의 나머지를 r_2 라 할 때, r_1+r_2 의 값을 구하시오.

17 ...

$x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ 일 때, $x^3+y^3-x^2y-xy^2$ 의 값을 구하시오.

18 ...

다항식 x^4+64y^4 이

$$(x^2+axy+by^2)(x^2-axy+by^2)$$

으로 인수분해될 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

19 ...

다음 중에서 $(x^2+x-15)(x^2+x-17)-15$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x-4$ ② $x-3$ ③ $x+3$
 ④ $x+4$ ⑤ $x+5$

20 ...

다항식 x^4+ax^2+b 가 $(x+1)^2 f(x)$ 로 인수분해될 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수이다.)

21 ...

$f(x)=x^3+7x^2-17x+9$ 일 때, $f(71)$ 의 값의 각 자리의 숫자의 합을 구하시오.

22 ...

다항식 $x^{30}-1$ 을 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, 다음에 답하시오.

- (1) 조립제법을 이용하여 $x^{30}-1$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 구하시오.

- (2) $R(x)$ 를 구하시오.

23 ...

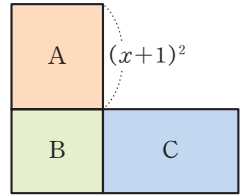
다항식 $f(x)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $-3x+10$ 이고, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. $f(x)$ 를 $(x+1)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값을 구하시오.

24 ...

오른쪽 그림과 같이 직사각형 A의 세로의 길이는 $(x+1)^2$ 이고, 세 직사각형 A, B, C의 넓이는 각각

$$\begin{aligned} x^3+5x^2+7x+a, \\ x^2+5x+2a, \\ x^3+8x^2+18x+4a \end{aligned}$$

이다. 직사각형 C의 가로 길이가 x^2+bx+c 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



정답을 맞힌 문항에 ○표 하여 학습 성취도를 표시하고, 부족한 부분은 교과서의 해당 쪽을 확인하여 복습하자.

문항 번호	성취 기준	성취도	복습
01	다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.	○ △ ×	13 ~ 15쪽
02 03 04 05 06 07	다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.	○ △ ×	16 ~ 20쪽
08 09	항등식의 성질을 이해할 수 있다.	○ △ ×	26 ~ 27쪽
10 11 12 13 14 15 16 22 23	나머지정리와 인수정리의 뜻을 이해할 수 있다.	○ △ ×	28 ~ 32쪽
17 18 19 20 21 24	다항식을 인수분해할 수 있다.	○ △ ×	34 ~ 37쪽

성취도 ○ 만족, △ 보통, × 미흡



나뭇잎의 넓이와 다항식

식물은 잎을 통해 흡수한 태양의 빛 에너지를 이용하여 필요한 영양분을 스스로 만들어 내어 성장하기 때문에, 특히 과일나무나 채소는 잎의 모양과 크기가 중요한 역할을 한다.

식물학자나 농업을 연구하는 사람들은 나무나 채소가 차지하는 땅의 넓이에 대한 잎 전체의 넓이의 비를 나타내는 ‘잎 넓이 지수(LAI: Leaf Area Index)’를 연구에 이용한다.

이때 잎 넓이(LA: leaf area)를 오른쪽 그림과 같이 측정한 잎의 폭(W : width)과 길이(L : length)만으로 추정하는 식이 있으면 편리하다.

브라질의 학자들은 계절에 따라 오이와 토마토의 잎 넓이가 잎의 길이와 폭에 따라 어떤 영향을 받는지 연구한 결과를 여러 가지 다항식을 이용한 상관관계로 나타내고 있다. 즉, 잎 넓이 LA 를 잎의 길이 L 과 폭 W 에 대한 일차 또는 이차 다항식으로 다음과 같이 나타내었다.

[오이의 잎 넓이]

$$LA = 38.153L - 333 \text{ 또는 } LA = 1.16L^2 - 3.1L + 11.6$$

$$LA = 38.2W - 503 \text{ 또는 } LA = 0.36W^2 + 11.92W - 88$$

[토마토의 잎 넓이]

$$LA = 0.35L^2 - 5.31L + 57.6$$

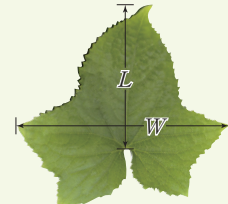
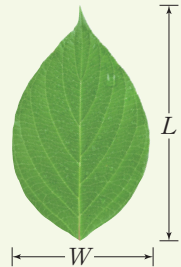
$$LA = 0.708W^2 - 10.44W + 83.4$$

한편, 이란의 식물학자는 피스타치오 나뭇잎이 싱싱한 상태(FW : fresh weight)일 때와 마른 상태(DW : dry weight)일 때의 무게(g)와 L 과 W 의 곱 $LW(x \text{ mm}^2)$ 사이의 관계를 연구하여 다음과 같은 일차식으로 나타내었다.

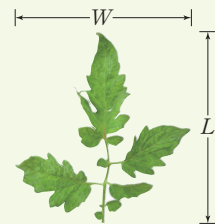
$$FW = 0.0186x - 0.0037$$

$$DW = 0.0076x - 0.0095$$

(출처: Karimi, S. 외, 'Estimation of Leaf Growth on the Basis of Measurements of Leaf Lengths and Widths, Choosing Pistachio Seedlings as Model')



오이의 잎



토마토의 잎



가상 현실과 다항식

가상 현실(VR: Virtual Reality)은 사람의 시각, 청각, 후각과 같은 감각을 이용해 직접 체험하지 않고도 현실에서 경험하기 어려운 환경에 들어와 있는 것처럼 보여 주고 조작할 수 있게 하는 것이다. 현실 공간에 가상의 물체를 겹쳐 보여 주는 증강 현실(AR: Augmented Reality)도 넓은 범위에서 가상 현실이라 할 수 있다. 가상 현실을 활용한 기술은 의료, 교육, 게임 등 일상생활의 모든 영역에 접목되어 사용될 만큼 그 활용 범위가 넓다.

가상 현실을 구현할 때 가장 중요한 것은 이용자가 가상의 공간 안에 실제로 들어가 있다고 느끼는 몰입감이다. 헤드셋 형태의 HMD(Head Mounted Display)를 착용하면 가상의 공간이 펼쳐지는데, 현실에서 고개를 오른쪽으로 돌리면 가상의 공간에서도 오른쪽으로 돌아간 영상을 보여 준다.

이처럼 몸의 움직임을 가상의 공간에서 쫓아가는 기술을 ‘트래킹’이라 하는데, 이는 기기 속에 들어 있는 ‘자이로 센서’를 이용해 구현된다.

자이로(gyro)는 라틴어로 ‘회전하는 것’이라는 뜻으로, 자이로 센서는 물체의 회전 속도를 구하는데, 어떤 물체가 회전 운동 할 때 생기는 속도는 ‘코리올리 힘(Coriolis force)’을 전기적 신호로 변환하여 계산할 수 있다.

이때 코리올리 힘의 크기는 직선 운동 중인 물체의 질량에 대한 다항식으로 나타내어 계산할 수 있다.



이와 같이 가상의 공간을 체험하거나 360° 사진을 볼 때, 그 콘텐츠를 이용하는 사람의 위치나 회전에 따라 이동하는 듯한 느낌을 주는 것이 바로 자이로 센서의 역할이다.

(출처: Martín Monteiro 외, 「Acceleration measurements using smartphone sensors: Dealing with the equivalence principle」)

